



Electrocinétique II

Régime sinusoïdal

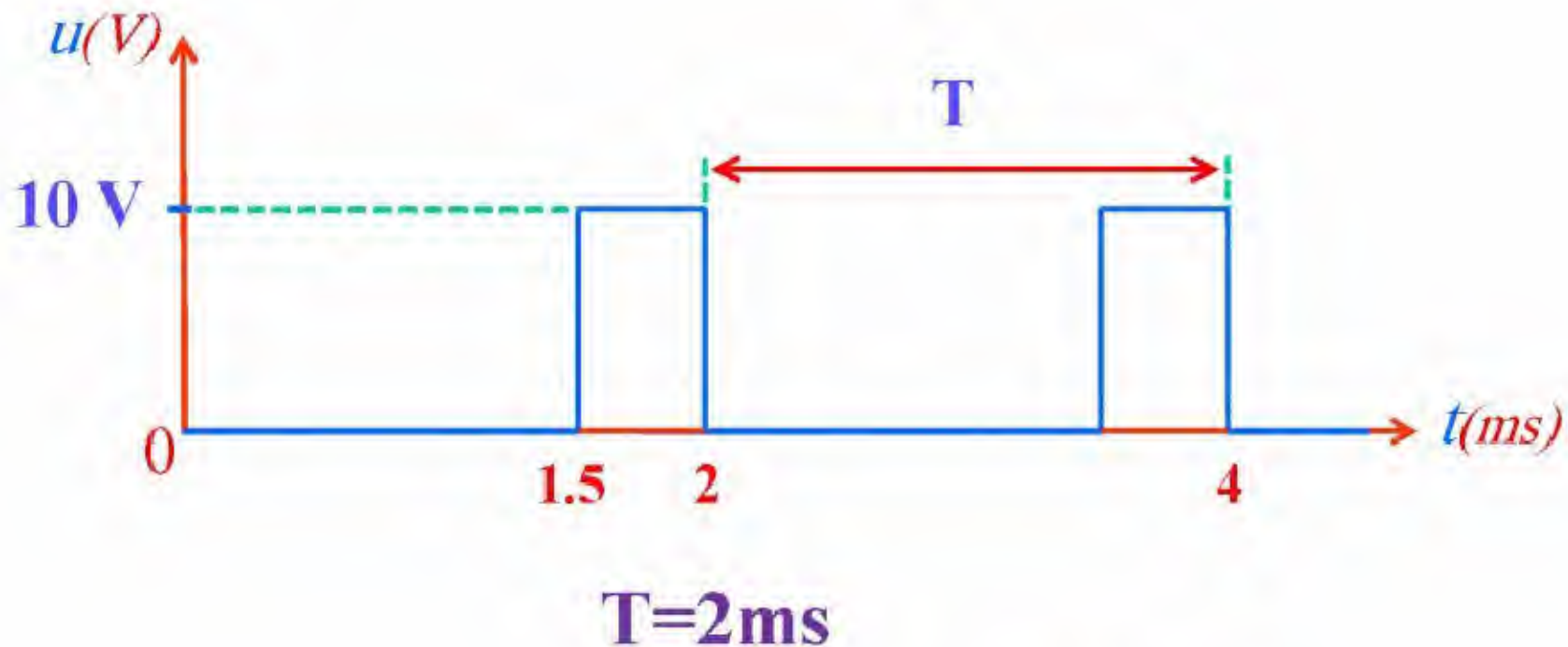


Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

■ Période

Un signal périodique est caractérisé par sa période :



Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

■ Fréquence

La fréquence f (en hertz) correspond au nombre de périodes par unité de temps :

A.N.

$$T = 2 \text{ ms} \iff f = 500 \text{ Hz (500 périodes par seconde)}$$

■ Pulsation

La pulsation est définie par :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{en radians par seconde})$$

Introduction : les grandeurs périodiques



HEINRICH HERTZ RUDOLF.

Physicien allemand, né à Hambourg en 1857 et mort à Bonn en 1894.

La plus grande partie de sa courte vie fut consacrée à la recherche scientifique. Dans le but de donner une base expérimentale à la théorie électromagnétique de la lumière, mise en équations par maxwell , Hertz étudia systématiquement les champs électrique et magnétique créés par des circuits oscillants de capacité et d'inductance de plus en plus petites. Il parvint ainsi, en 1888, à mettre en évidence l'existence d'ondes électromagnétiques très courtes grâce à son " résonateur". La mesure directe de leurs longueurs d'onde lui permit de vérifier que la célérité de leur propagation est, conformément aux prévisions de maxwell, égale à celle de la lumière. En 1885, Hertz découvrit l'effet photoélectrique en montrant qu'une plaque de zinc électrisée se décharge lorsqu'elle reçoit de la lumière ultraviolette .

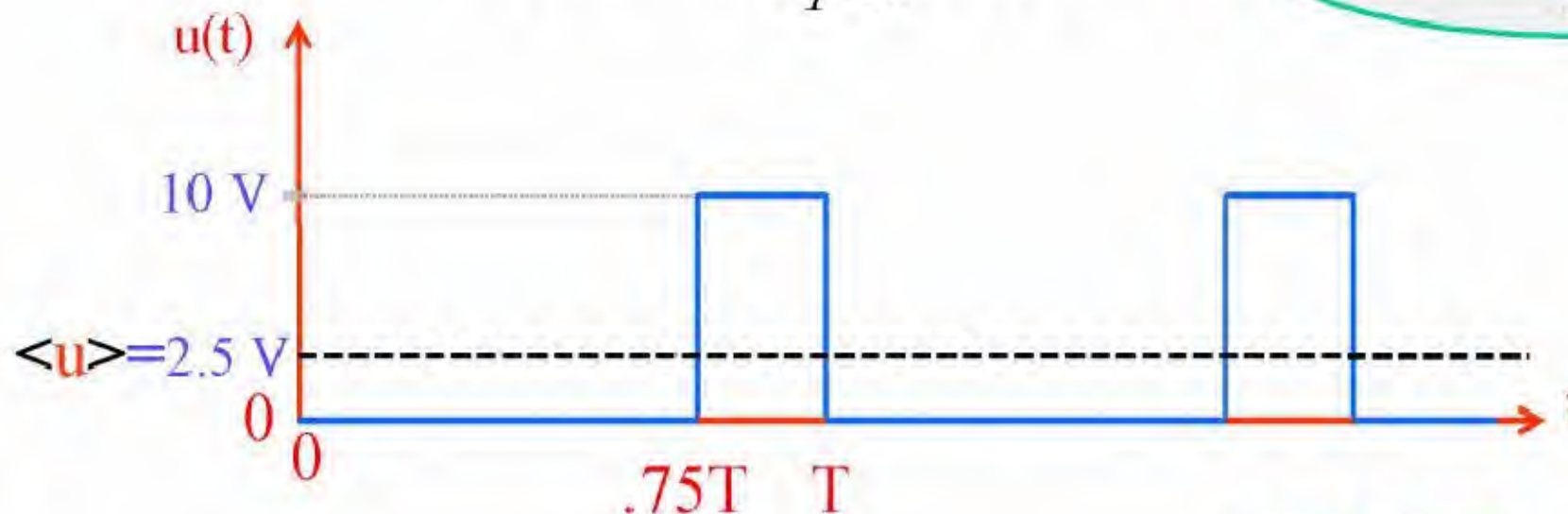
Introduction : les grandeurs périodiques

■ Valeur moyenne

On note $\langle u \rangle$ la valeur moyenne dans le temps de la tension $u(t)$:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

$$\langle u \rangle = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5V$$



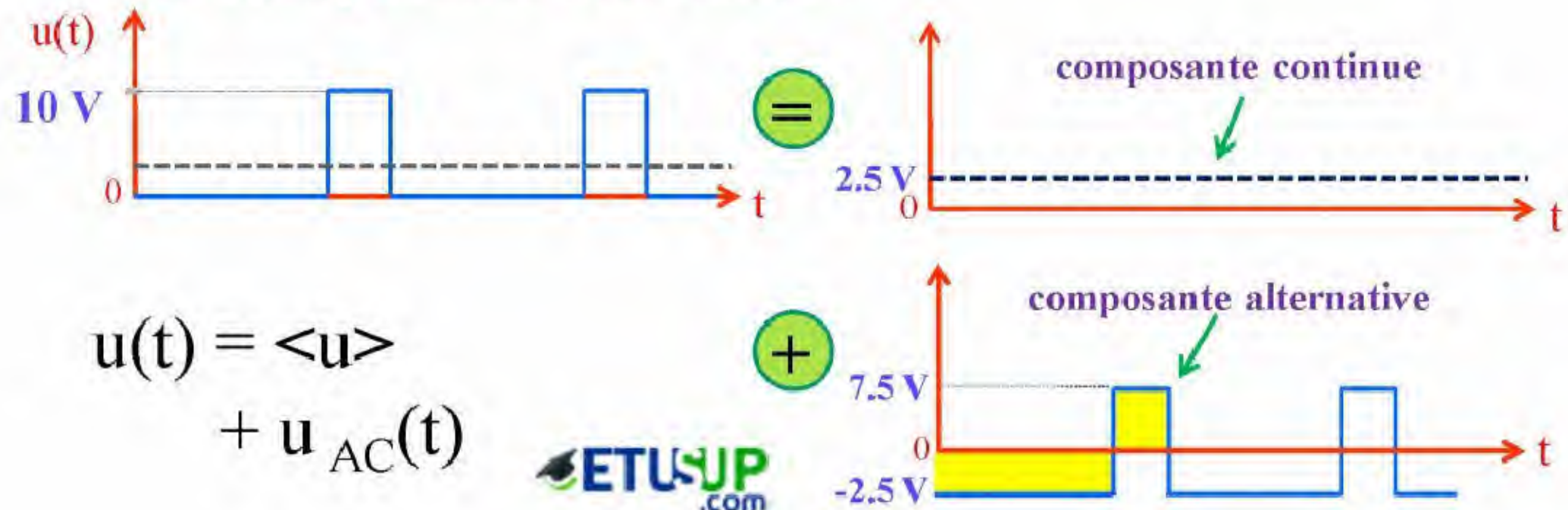
Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

- Composante continue (DC =) et composante alternative (AC ~)

Une grandeur périodique a deux composantes :

- la composante continue (c'est la valeur moyenne ou « offset »)
- et la composante alternative



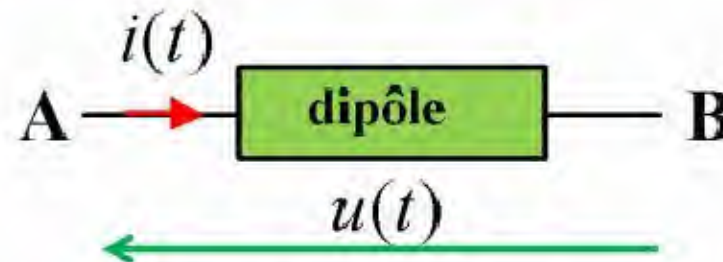
Introduction : les grandeurs périodiques

Remarques :

- la composante alternative a une valeur moyenne nulle : $\langle u_{AC} \rangle = 0$
- une grandeur périodique **alternative n'a pas de composante** continue : $\langle u \rangle = 0$

Introduction : les grandeurs périodiques

■ Puissance électrique



$p(t)=u(t) \times i(t)$ est la puissance électrique consommée à l'instant t (ou **puissance instantanée**).

En régime périodique, ce n'est pas $p(t)$ qu'elle est intéressant de connaître mais la puissance moyenne dans le temps :

$$P = \langle p \rangle = \langle ui \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$$

Attention : en général, $\langle ui \rangle \neq \langle u \rangle \langle i \rangle$

Introduction : les grandeurs périodiques

■ Valeur efficace

Par définition, la valeur efficace U_{eff} de la tension $u(t)$ est :

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$



$$U_{eff} = \sqrt{100 \times \frac{1}{4}} = 5 \text{ V}$$

Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

Remarques :

La valeur efficace est une grandeur positive.

$$U_{\text{eff}}^2 = \langle u \rangle^2 + U_{\text{AC eff}}^2$$

Valeur efficace d'un courant électrique :

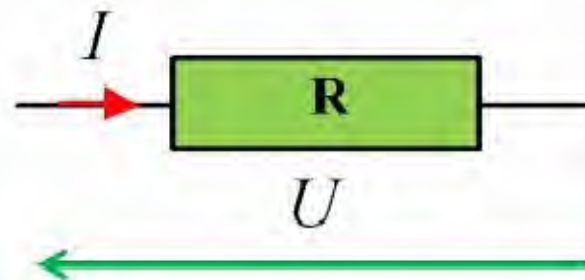
$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\langle i^2 \rangle}$$

Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

Signification physique de la valeur efficace

Soit une résistance parcourue par un courant **continu** :



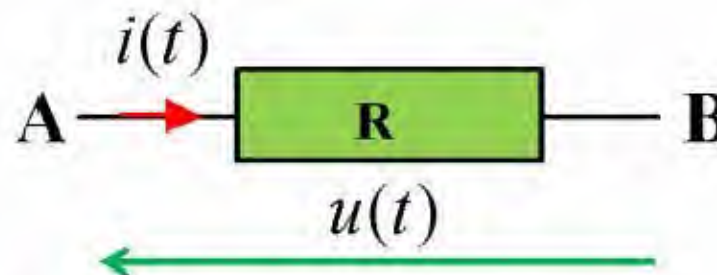
La résistance consomme une puissance électrique

$$P = RI^2 = U^2 / R \quad (\text{loi de Joule})$$

Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

Soit la même résistance parcourue par un courant *périodique* $i(t)$ de valeur efficace I_{eff} :



La puissance moyenne consommée est :

$$P = \langle Ri^2 \rangle = R \langle i^2 \rangle = RI_{\text{eff}}^2 = U_{\text{eff}}^2 / R$$

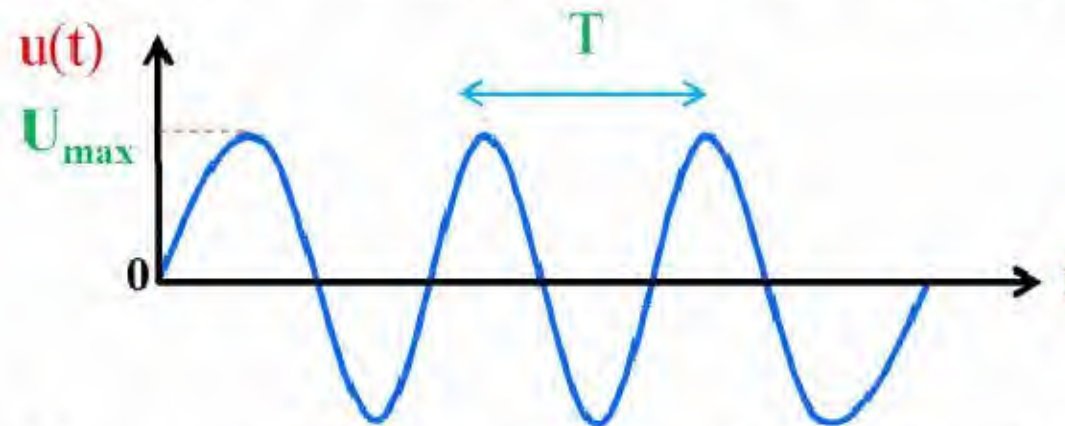
Pour avoir les mêmes effets thermiques, il faut que I_{eff} soit égal à la valeur du courant en régime continu I (idem pour les tensions) :

La notion de valeur efficace est liée à l'énergie.

Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

Cas particulier des grandeurs sinusoïdales alternatives



Cas particulier des grandeurs sinusoïdales alternatives U_{\max} désigne la tension maximale (ou tension crête)

On montre que :

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Exemple : EDF fournit une tension sinusoïdale alternative de valeur efficace 230 V et de fréquence 50 Hz.

Pour un courant sinusoïdal alternatif : $I_{\text{eff}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$

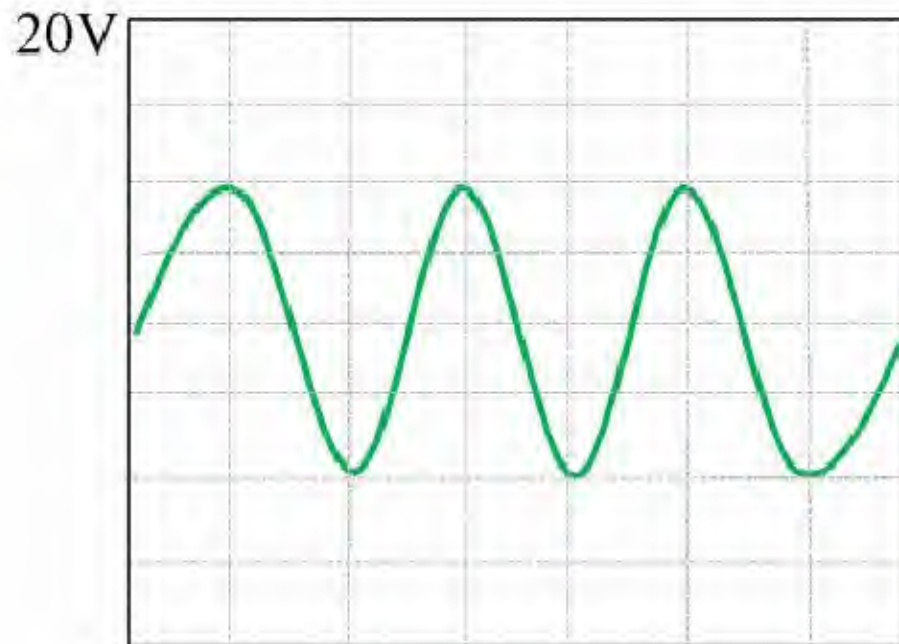
Régime sinusoïdal

Introduction : les grandeurs périodiques

Application

Calculer la valeur efficace de la tension suivante :

$$(\langle u \rangle = 15 \text{ V})$$



$$U_{\text{eff}}^2 = \langle u \rangle^2 + U_{\text{AC eff}}^2$$

$$U_{\text{AC eff}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07 \text{ V}$$

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{15^2 + 7.07^2} = 16.58 \text{ V}$$

Régime sinusoïdal

Représentation des grandeurs sinusoïdales

Fonction mathématique

$$I = I_{\max} \cos(\omega t + \varphi_i) = I_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

avec :

I_{eff} : valeur efficace (A)

ω : pulsation (rad/s)

t : temps (s)

$\omega t + \varphi_i$: phase (rad)

φ_i : phase à l'origine (rad)

Régime sinusoïdal

Représentation des grandeurs sinusoïdales

Représentation de Fresnel

C'est une représentation vectorielle des grandeurs sinusoïdales.

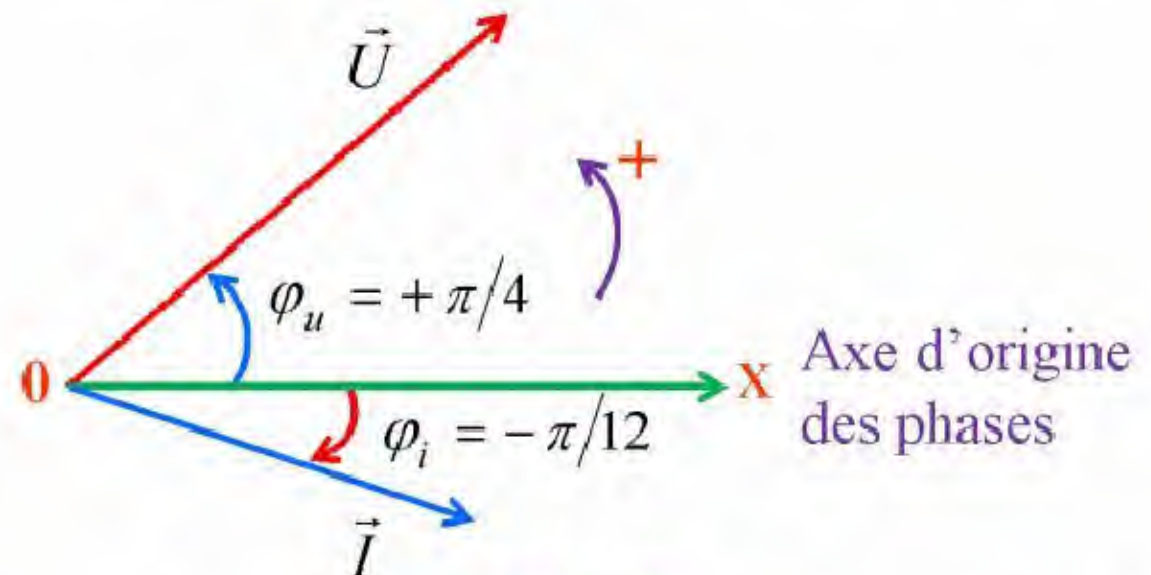
Le vecteur de Fresnel associé au courant $i(t)$ est défini de la façon suivante :

$$\|\vec{I}\| = I_{\max}$$

$$(ox, \vec{I}) = \varphi_i$$

$$i(t) = 3\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{12})$$

$$u(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$



Régime sinusoïdal

Représentation des grandeurs sinusoïdales

Nombre complexe associé

Le nombre complexe \underline{I} associé au courant $i(t)$ est défini de la façon suivante :

$$\underline{I} = (I_{eff}, \varphi_i)$$

Régime sinusoïdal

Représentation des grandeurs sinusoïdales

Application

Déterminer le nombre complexe associé à la tension :

$$u(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$\underline{U} = (5, +\frac{\pi}{4})$$

$$= 5 \cos(+\frac{\pi}{4}) + j5 \sin(+\frac{\pi}{4})$$

$$= 5 \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} j$$

Régime sinusoïdal

Déphasage (ou différence de phase) entre deux grandeurs sinusoïdales

Soit deux grandeurs sinusoïdales (de même fréquence) :

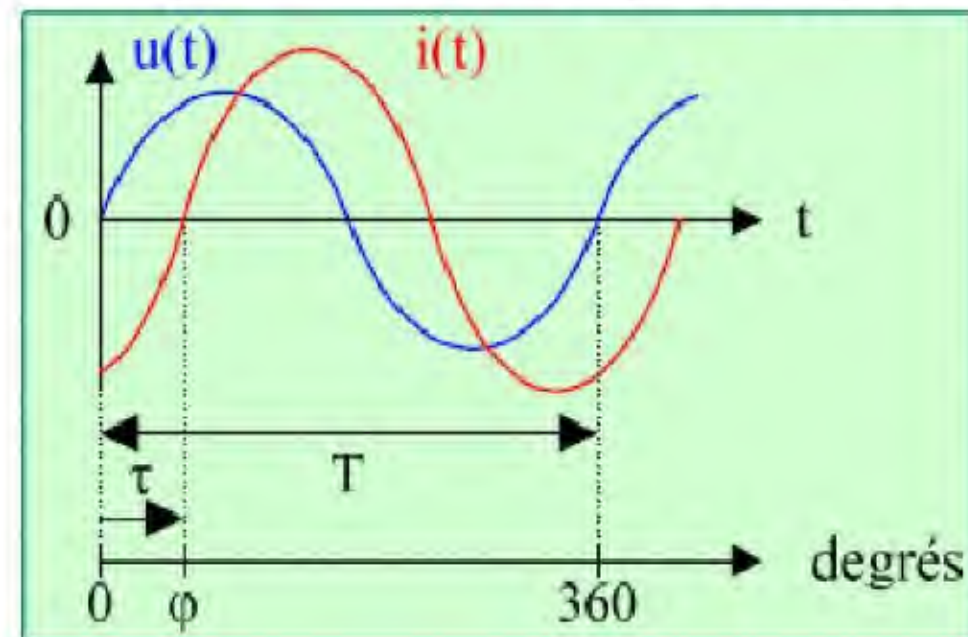
$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

Le déphasage de u par rapport à i est par convention :

$$\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$$

τ : décalage (en s) entre les deux signaux.



$$\frac{\tau}{T} = \frac{\varphi(rad)}{2\pi} = \frac{\varphi(^{\circ})}{360}$$

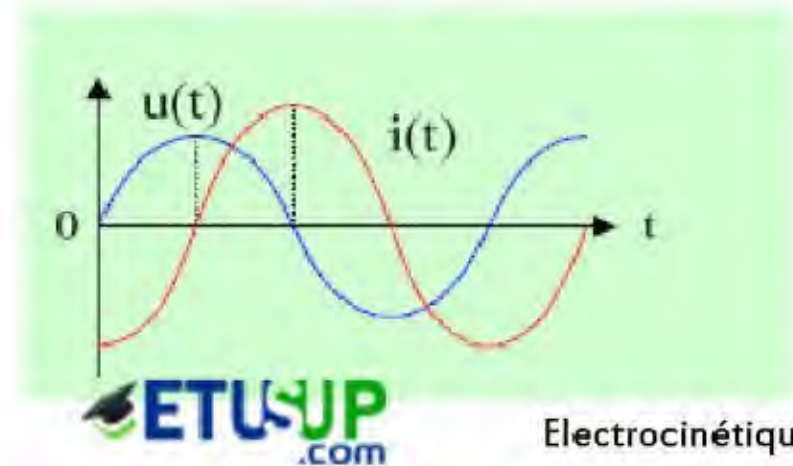
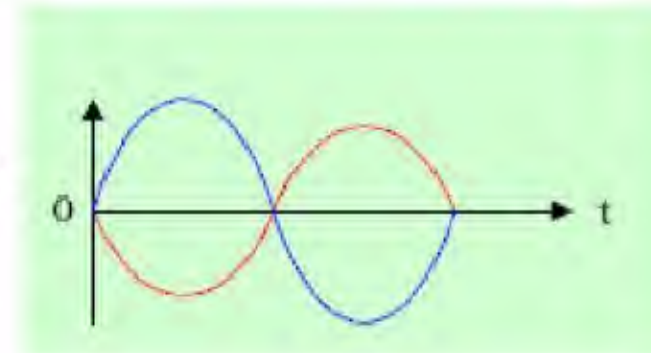
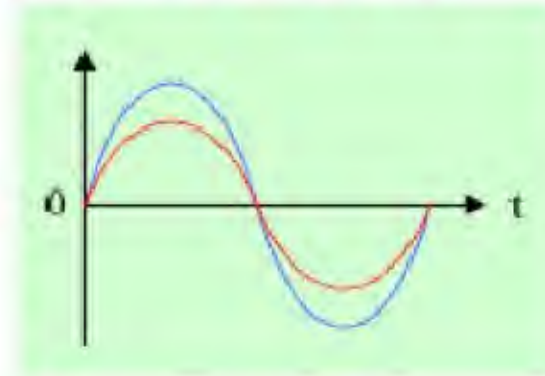
Régime sinusoïdal

Déphasage (ou différence de phase) entre deux grandeurs sinusoïdales

Déphasages particuliers

- déphasage nul ($\tau = 0$) :
les grandeurs sont *en phase*
- déphasage de 180° ($\tau = T/2$) :
les grandeurs sont *en opposition de phase*
- déphasage de 90° ($\tau = T/4$) :
grandeurs *en quadrature de phase*

N.B. Le déphasage est une grandeur algébrique : $\varphi_{u/i} = -\varphi_{i/u}$
 $\varphi_{u/i} = +90^\circ$: **u** est en quadrature avance sur **i**.

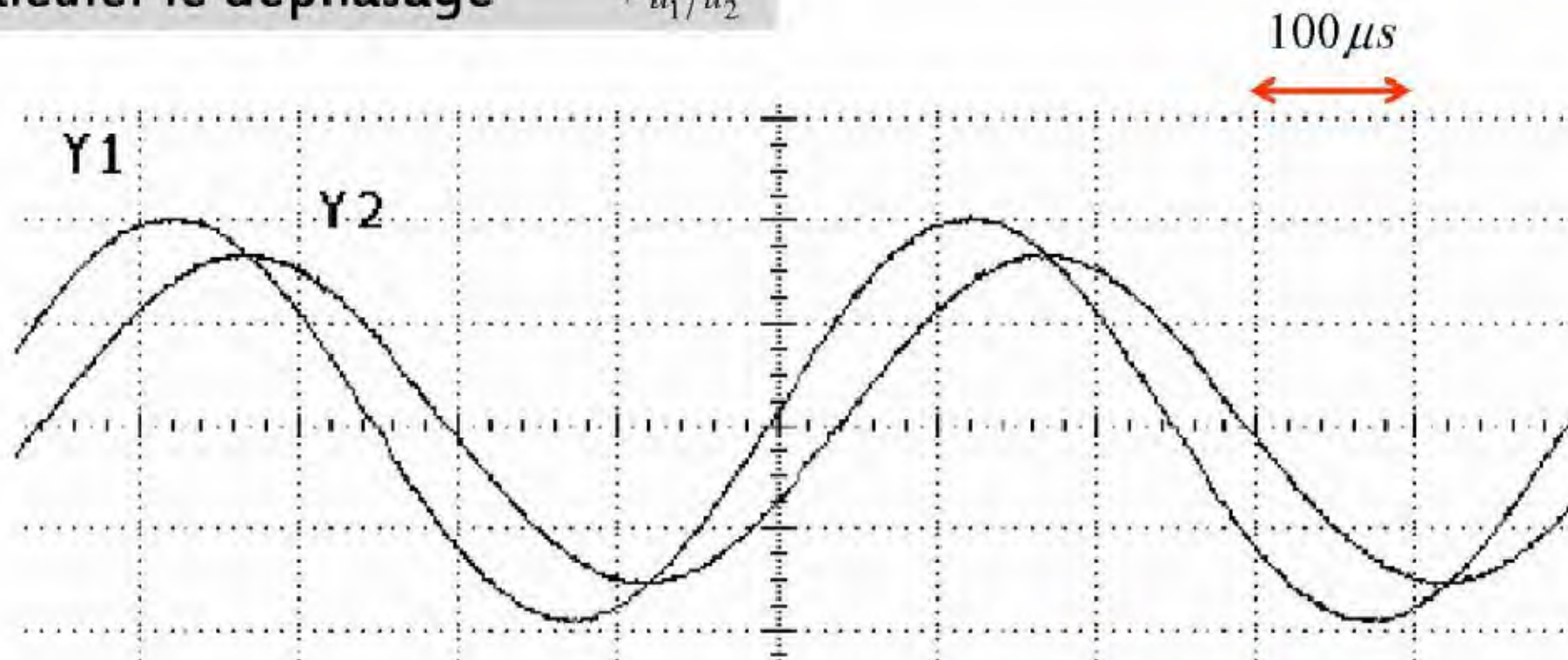


Régime sinusoïdal

Déphasage (ou différence de phase) entre deux grandeurs sinusoïdales

Application

Calculer le déphasage φ_{u_1/u_2}





et encore plus..